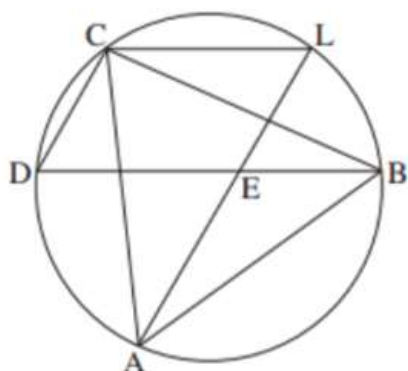


דף חזרה למבחן 806 נחלה 13.11.2014

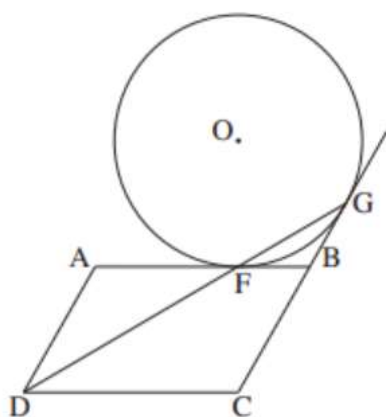
שאלה 1

חורף 2014



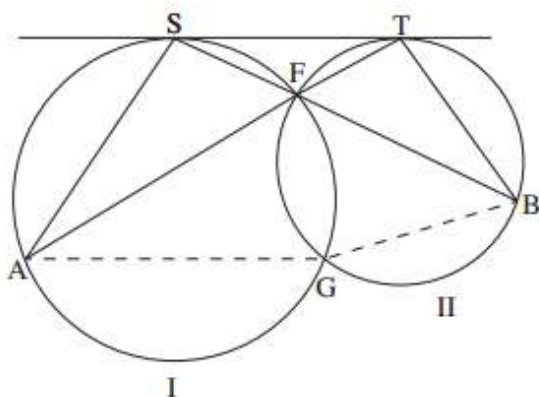
- משולש שווה-צלעות ABC סמום במעגל.
 נקודות D ו-L נמצאות על המעגל כך ש- $BD \parallel LC$.
 המיתרים AL ו-BD נחתכים בנקודה E (ראה ציור).
 א. הוכח כי המרובע LEDC הוא מקבילית.
 ב. 1 הוכח כי $\triangle ADE \cong \triangle BLC$ הוא משולש שווה-צלעות.
 2 הוכח כי $LC + LB = LA$.

שאלה 2



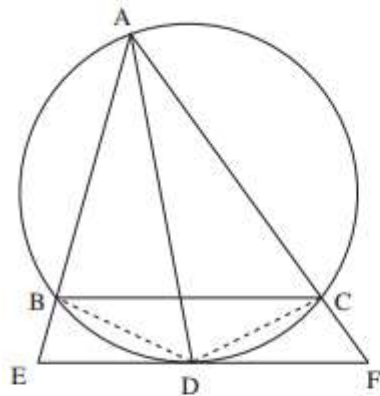
- נתונה מקבילית ABCD.
 הצלע AB משיקה למעגל שמרכזו O בנקודה F.
 המשך הצלע CB משיק למעגל בנקודה G.
 (ראה ציור).
 נתון: $AF = AD$.
 א. הוכח כי הנקודה F נמצאת על הישר DG.
 ב. נתון גם: $FC \perp DC$, $BO = BC$.
 (1) הוכח כי $OF = FC$.
 (2) הוכח כי $FB = \frac{1}{2}BO$.

שאלה 3



- שני מעגלים I ו-II נחתכים
 בנקודות G ו-F.
 הישר ST משיק למעגל I בנקודה S,
 ולמעגל II בנקודה T.
 המשך SF חותך את מעגל II
 בנקודה B, והמשך TF חותך את
 מעגל I בנקודה A (ראה ציור).
 א. הוכח כי $\frac{ST}{AS} = \frac{TB}{ST}$.
 ב. (1) הוכח כי $\angle AGF = \angle SFA + \angle SAF$.
 (2) הוכח כי אם הנקודות A, G, B נמצאות על ישר אחד, אז $\angle SFA = 60^\circ$.

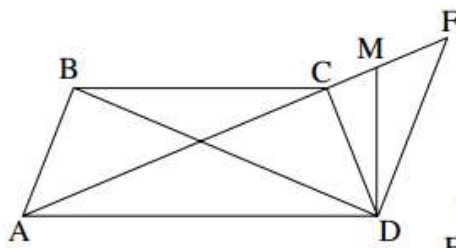
שאלה 4



- נתון כי במשולש AEF חוצה-זווית EAF הוא AD.
 D היא נקודת ההשקה של הצלע EF למעגל, החותך את הצלעות AE ו- AF בנקודות B ו- C בהתאמה.
 המעגל עובר גם דרך קדקוד A (ראה ציור).
 הוכח:
 א. $BC \parallel EF$
 ב. $\triangle ABD \sim \triangle DCF$
 ג. $AD \cdot BD = DF \cdot AB$

המשך בעמוד 4/

שאלה 5



- נתון טרפז שווה-שוקיים ABCD ($BC \parallel AD$).
 דרך הקדקוד D העבירו אנך ל- AD וישר המקביל לשוק AB.
 האנך חותך את המשך האלכסון AC בנקודה M, והישר המקביל חותך את המשך האלכסון בנקודה F (ראה ציור).

- נסמן: $\angle BAC = \alpha$, $\angle CAD = \beta$.
 א. הוכח כי $\triangle ABC \sim \triangle FDA$.
 ב. הוכח כי $\angle CDM = \angle MDF$.
 ג. הוכח כי $\frac{AC}{AF} = \frac{MC}{MF}$.

שאלה 6

חורף 2012

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x} - 2}$$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. נתונה הפונקציה $g(x)$, המוגדרת בתחום ההגדרה של $f(x)$.

הנגזרת של $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x) \cdot f'(x)$.

מצא את תחום הירידה של הפונקציה $g(x)$. נמק.

שאלה 7

א. נתון כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה רציונלית המקיימת:

- לפונקציה יש שלוש אסימפטוטות: $x = 4$, $x = -1$, $y = 0$

- הפונקציה מוגדרת לכל $x \neq -1$ ו- $x \neq 4$

- $f(0) > 0$

- $f(1.5) = 0$

- $f'(x) < 0$ רק עבור $-1 < x < 4$

- $f(x) < 0$ עבור $x > 4$ ו- $f(x) > 0$ עבור $x < -1$

(1) על פי הנתונים שבסעיף זה, סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) על פי הגרף שסרטטת, הראה כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש נקודת קיצון

בתחום $-1 < x < 4$, וקבע את סוגה. נמק.

אין צורך למצוא את השיעורים של נקודת הקיצון.

ב. נתון גם כי הפונקציה $f(x)$ מקיימת $f(x) = \frac{3a - 3bx}{(x^2 - ax - 4)^2}$.

a ו- b הם פרמטרים.

מצא את הפונקציה $f(x)$.

שאלה 8

בטבלה שלפניך מוצגים ערכים מסוימים של הפונקציה $f(x)$ בקטע $1 < x < 2$.

x	1.1	1.2	1.3	1.4
f(x)	1.19	1.28	1.36	1.43

הפונקציה $f(x)$ חיובית בקטע הנתון, ואין לה נקודות קיצון פנימיות בקטע זה.

נתון כי פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ שלילית בקטע הנתון.

א. קבע מהו הסימן של $f'(1.2)$. נמק.

ב. קבע אם הטענה $f'(1.3) < f'(1.2) < f'(1.1)$ נכונה. נמק.

נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{f(x)}$ בקטע $1 < x < 2$.

ג. בקטע הנתון מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

ד. הראה כי בתחום $1.1 \leq x \leq 1.3$ אין פתרון למשוואה $g'(x) = f'(x)$.

שאלה 9

נתונה הפונקציה $f(x) = 2 - \cos x - \sin^2 x$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

עבור התחום הנתון ענה על הסעיפים א-ד.

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

($f(x)$ גזירה גם בקצות התחום הנתון.)

ד. נתון כי גרף הפונקציה $g(x) = a - \cos x - \sin^2 x$ משיק לציר ה- x בתחום

הנתון בנקודה אחת בלבד.

מהו הערך של a ? נמק.

/המשך בעמוד 7/

שאלה 10

נתונה הפונקציה $f(x) = \cos^3(3x - \pi)$, המוגדרת לכל x .

א. בתחום $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ מצא:

(1) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(2) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

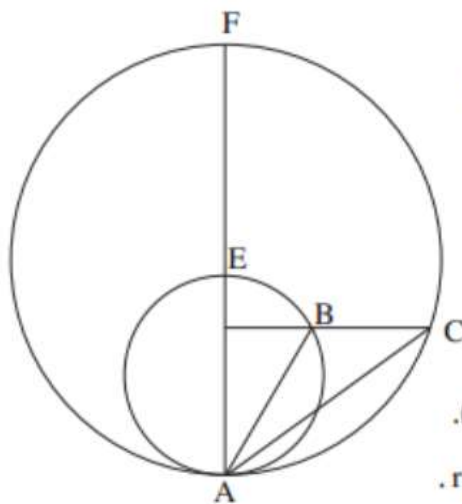
ב. (1) הוכח כי הפונקציה זוגית.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

ג. רשום את משוואות הישרים המשיקים לגרף הפונקציה בתחום $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$

ומאונכים לציר ה- y .

שאלה 11



שני מעגלים, גדול וקטן, משיקים מבפנים בנקודה A.

נקודה F נמצאת על המעגל הגדול כך שקטע המרכזים

של שני המעגלים נמצא על AF.

חוטך AF חותך את המעגל הקטן בנקודה E.

דרך נקודה B שעל המעגל הקטן העבירו ישר המקביל

למשיק המשותף לשני המעגלים.

המקביל חותך את המעגל הגדול בנקודה C (ראה ציור).

רדיוס המעגל הגדול הוא R, ורדיוס המעגל הקטן הוא r.

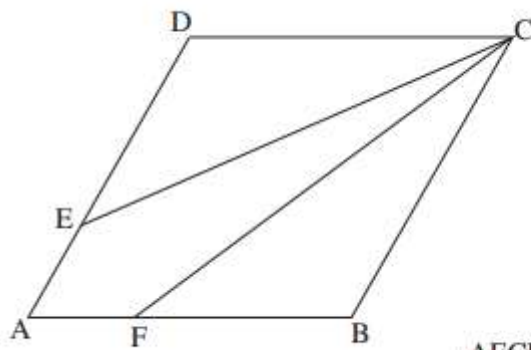
נתון: $\angle FAB = \beta$, $\angle BAC = \alpha$.

א. (1) הבע באמצעות α ו- β את $\angle BCA$. נמק.

(2) הבע רק באמצעות α ו- β את היחס $\frac{AC}{AB}$.

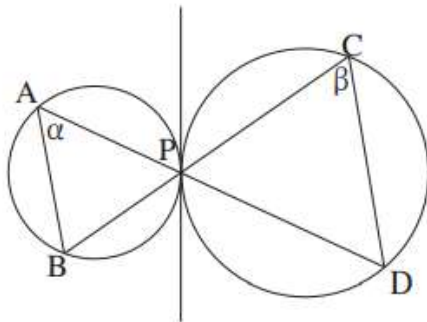
ב. הבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{R}{r}$.

שאלה 12



- נתון מעוין $ABCD$. E ו- F הן נקודות על הצלעות AD ו- AB בהתאמה כך ש- $AE = AF$ ו- $FB = 2AF$. נתון כי $\angle DCB = 60^\circ$.
- מצא את גודל הזווית $\angle FCB$.
 - נתון כי אורך האלכסון AC הוא b . הבע באמצעות b את היקף המרובע $AECF$.

שאלה 13



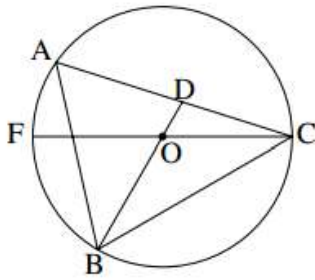
- לשני מעגלים יש משיק משותף המשיק לשניהם בנקודה P . נקודות C ו- D נמצאות על מעגל אחד ונקודות A ו- B נמצאות על המעגל האחר כך שהקטעים AD ו- CB נפגשים בנקודה P (ראה ציור).

נתון: רדיוס המעגל העובר דרך הנקודות C, D ו- P הוא 4.5 ס"מ,

$$\angle DCP = \beta, \quad \angle BAP = \alpha, \quad \frac{CD}{AB} = \frac{3}{2}$$

- מצא את רדיוס המעגל העובר דרך הנקודות A, B ו- P .
- הבע באמצעות α ו- β את אורך הקטע BD .
- אם נתון גם כי $\frac{PD}{PB} = \frac{3}{2}$, הראה כי $BD = 3 \sin \alpha \cdot \sqrt{1 + 24 \sin^2 \alpha}$ (ראה כי α ו- β הן זוויות חדות).

שאלה 14



משולש חד-זוויות ABC חסום במעגל שמרכזו O .
 CF הוא קוטר במעגל, והמשך הרדיוס
 BO חותך את הצלע AC בנקודה D ,
 כמתואר בציור.

נתון: $\sphericalangle ABD = \alpha$

הקשת \widehat{BC} ארוכה פי 2 מהקשת \widehat{FB}

- א. חשב את גודל הזווית BAC .
- ב. הבע באמצעות α את היחס בין שטח המשולש BAD לשטח המשולש BAC .

ג. נתון גם כי $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$.

מצא את α .